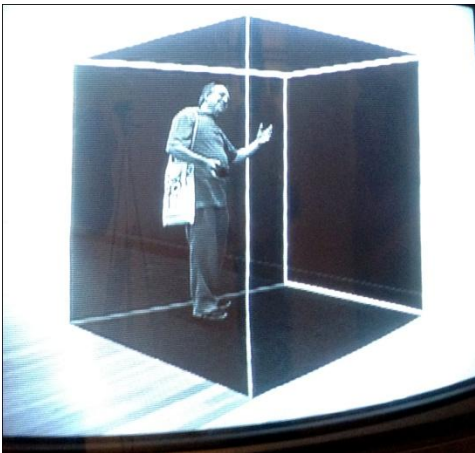


“Open Our Mathematical Eyes”

En rapport från konferensen ALM 22 i Washington DC

Linda Jarlskog, Komvux, Lund



Ordförande för ALM, David Kaye, har fastnat i ett matematiskt verk. Bilden är tagen av Linda Jarlskog vid Smithsonian American Art Museum, Washington DC.

Varje sommar organiserar ALM en tredagarskonferens för forskare och vuxenutbildare i matematik. Konferenserna har alltid olika teman. I år var temat ”*Open Our Mathematical Eyes*”. ALM är en förkortning för ”*Adults Learning Mathematics*”. Precis som för tidigare år var konferensen organiserad i gemensamma storföreläsningar samt parallellsessioner med presentationer. Årets konferens öppnades av **David Meyers** och **Dwayne Norris**, ordförande respektive vice ordförande för ”*American Institutes for Research*”.

I sitt öppningstal berättade David att det finns ungefär 60 miljoner i USA som knappast kan addera. Med tanke på att många av dem har studerat matematik så måste något göras annorlunda med nuvarande matematikundervisning.

Efter David och Dwane tog **Diane J. Briars**, ordförande för ”*National Council of Teachers of Mathematics*” vid. Hon gav oss

boktips. Den ena boken, ”*The Mathematical Science and Their Applications*”, handlar om vilka matematiska kompetenser som vuxna behöver på 2000-talet och hur matematikundervisningen behöver utvecklas för att nå dit. Boken belyser att det idag är viktigare att kunna statistik och att använda matematik för att förstå världsproblem än att ägna sig åt algebra. Den fokus som ännu idag finns på räkning är kontraproduktivt. Elever måste få ta del av hur matematik används och var den hittas.

I en annan bok, ”*Fueling, Innovation and Discovery, The Mathematical Sciences in the 21st century*”, beskrivs pågående förbättringar inom matematikundervisning och hur dessa förändrar vår förståelse för vår värld, inte minst genom ny teknologi.

En tredje bok, ”*Education for Life and Work, Developing Transferable Knowledge and Skills in the 21st century*”, handlar också om kompetenser som man behöver för 2000-talets matematik. Där är kompetenserna indelade i kognitiva, intrapersonella och interpersonella domäner.

Inom de kognitiva domänerna finns tänkandet, resonerandet och liknande förmågor. Inom de intrapersonella domänerna finns förmågan att vara organiserad vilket inkluderar att kunna reglera sina beteenden och känslor för att uppnå sina mål. Med interpersonella domäner menas förmågor som att kommunicera och tolka information samt att ge relevanta svar.

Ett djupare lärande är också nödvändigt. Med det djupare lärandet kan man överföra och tillämpa vad man har lärt sig i en situation i andra.

I en fjärde bok, *”Ensuring Mathematical Success for All”*, beskrivs de stöttande förhållanden, den struktur och den politik som behövs för att ge alla elever *”the power of mathematics”*. Boken handlar också om hur elever lär. Den betonar studenters engagemang och matematiska tänkande. Boken är universell.

Diane visade en lista över vad som behövs för effektiva undervisningsmetoder.

Effektiva matematikundervisningsmetoder förutsätter att man

- sätter matematiska mål för att fokusera lärandet
- använder uppgifter som främjar resonandet och problemlösningsförmågan
- använder och visar på samband mellan matematiska representationer
- underlättar för meningsfulla matematiska samtal
- ställer relevanta frågor
- bygger upp ett flyt när det gäller procedurer utifrån begrepp och metodförståelse
- stöttar elevers produktiva ansträngningar
- tvingar elever till att tänka och utgå från det egna tänkandet

Nästa storföreläsare var **Terry Maguire**, avgående ordförande i ALM. Hon talade på temat *”Open our mathematical eyes: seeing mathematics in everything we do”*.

Terry beskrev några situationer som förutsätter en intuitiv, osynlig matematik; en sådan matematik som man inte lär sig i skolan. För många elever är nämligen matematik bara det som man gör i skolan. Terry anser att matematikundervisningen idag består av för mycket tal och vad man ska göra med dessa.

Hon diskuterade även begreppen *numeracy* och *assessment* som båda kan ha olika innebörd. Att samma begrepp kan ha olika innebörd gör att det ibland blir svårt för vuxenutbildare och

forskare att kommunicera med varandra.

Ett av Terrys budskap är att alla människor har olika kontexter och livserfarenheter. För att matematiken ska bli meningsfull för var och en måste den göras relevant för var och en. Hon påminde oss om att vi ibland glömmer våra matematiska öron. Ett tips är att låta elever lyssna på radion för att hitta små snuttar som kan starta diskussioner i klassrummet. Vidare kom hon in på att vuxenutbildningen inte ska erbjuda elever samma undervisningsmetoder som de har misslyckats att bli godkända med. Därför använder skickliga vuxenutbildare resurser på nätet. Detta tar tid men måste göras. Inte heller ska läraren säga att *”så används matematik i verkligheten”*. Hen ska börja i verkligheten. Fokus ska inte riktas mot att få exakta svar för så är det inte i det verkliga livet. Istället ska en känsla för matematik byggas upp. Ett exempel på hur detta kan göras är genom att linjaler tas bort och längder uppskattas. Då kommer elever på egna sätt för att mäta, med flaskor eller annat. Elever måste hitta sina egna strategier och lärare måste lita på att elever kan hitta sina egna strategier. Elever måste bli kreativa. Både lärare och elever måste förstå att det inte gör något om det blir olika svar. Det är de matematiska samtalen som är viktiga.

Om det visar sig svårt att ändra för elever undervisningsmetoder är det bättre att introducera ändringarna som ett nytt moment.



En bild ur Terrys presentation.

Budskapet från nästa storföreläsare, **Lynda Ginsburg**, liknade Terrys. Även hon ansåg att det är bättre att utforma undervisningen från situationer som känns meningsfulla för eleverna. Lynda som är med i organisationen "Adult Numeracy Network" har sett hur organisationen har kämpat för att begreppet *numeracy* ska få ta mer plats. Efter 20 år har det ännu inte lyckats fullt ut.

Efter Lynda fick vi träffa **Roosevelt Johnson** som jobbar för NASA.

Han berättade om hur han som den första i sin familj tog sig igenom gymnasiet. Ibland var det svårt för hans familj att förstå vad han gjorde. Inte sällan fick han frågan: varför skaffar du inte ett jobb? Själv hade han bestämt sig för att få en doktorstitel. Därefter skulle han få ett jobb så att familjen blev nöjd.

Roosevelt berättade att det viktigaste för NASA är att få bra problemlösare, personer som kan tänka utanför ramarna.

Ett exempel: En student kom på att solens och månens dragningskrafter kan användas för att ge rymdfarkoster en högre utgångshastighet. Idén, om än modifierad, användes flera år senare när man fick iväg Voyager I och II.

NASA behöver inte begåvade matematikstuderande som kan avancerad matematik. Det kan datorer processera. För att få studenter som är bra problemlösare ska lärare inte bara tänka på den effektivaste strategin eller den enda strategin. Detta hindrar elever från att tänka utanför ramarna och att bli kreativa.

Under eftermiddagen inleddes parallellsessionerna. Jag valde bland annat att lyssna på **David Kaye** som gav tips om hur matematikens historia kan användas inom undervisningen. Till mångas förvåning nämnde han inte Pythagoras. Anledningen visade sig vara att det inte finns bevis för att han har funnits! Samma eftermiddag höll jag även min egen presentation samt lyssnade på **Carol Desoe** vars föredrag med workshop handlade om tesseleringar.

Den första dagen avslutades med en storföreläsning av **Steve Hinds**. Han talade mest om de usla förutsättningar och falska förhoppningar som vuxenstuderande i matematik utsätts för i USA. Han kom även in på vad de ska erbjudas istället. Då det finns så pass mycket att säga om Steves presentation får detta bli till en egen artikel.

Den andra dagen inleddes av **Steve Leinwand** och fortsatte med två storföreläsningar. Den första storföreläsningen stod **Freeman Hrabowski** för. Även han pratade om sina egna matematiska erfarenheter. Han pratade om kopplingen mellan barndomsupplevelser och hur matematiken fungerar som vuxen. Freeman öppnade sina egna matematiska ögon när han satt i kyrkan, åt och löste matematikproblem.

Han berättade om en av sina lärare som ansågs vara en dålig lärare eftersom han inte ville berätta svaren. Denna lärare kom att betyda mycket för Freeman då han hade tron på att eleverna själva kunde reda ut svaren.

Freeman pratade om hur viktigt det är att kommunicera och resonera. Detta stärker också språket och ju starkare språket är desto bättre blir problemlösningsförmågan. Elever ska även ges spännande uppdrag så att de blir engagerade. De ska jobba i lag för att formulera hur de tänker när de löser problem. De ska påminnas att inte bli alltför frustrerade när de inte har svaren. De mest fascinerande problemen kan inte lösas omedelbart!

Ett annat råd som han gav oss var att aldrig säga till en elev att hen är smart. Smart bukar nämligen tolkas som att man inte behöver jobba så mycket. Man ska säga till elever att man älskar deras ansträngningar. Life is about struggle!

Freeman nämnde också att de som är bra på matematik har svårt för att hantera finansiell matematik. Detta är en anledning till att begrepp ärare borde fundera över vilken matematik som var och en borde kunna. De som inte kan basala finansiella begrepp kan inte följa samtal på nationell nivå.

Efter Freeman tog **Marilyn Waite** vid. Hennes föredrag handlade om numeracy som en förutsättning för hållbar utveckling. Med ett matematiskt tänkande är det lättare att förstå utmaningarna för vår miljö. Förstår man är det även lättare att ställa om sina vanor.

Under eftermiddagens andra dag var det återigen dags för parallellsessioner. Jag valde att lyssna till **Steve Leinwand** som organiserade en workshop med matematiska övningar. Han gav också mängder av goda råd. Här kommer några av dem:

Goda råd från Steve Leinwand

- Det viktiga är att elever skaffar sig en vokabulär på ett naturligt sätt.
- Elevernas kommunikation är viktigare än lärarens kommunikation
- Lärare ska inte berätta för eleverna vad de ser. Eleverna ska berätta för läraren.
- Skapa ett rum som är rikt på språk.
- Uppgifter ska ha kontexter.
- Svar är inte viktiga. Förklaringar, associationer och alternativ är viktiga.
- Lärare ska veta vad som fungerar. Om elever säger att de glömmer, när läraren säger till elever att de inte gör som hen säger, när elever löser problem på "andra" sätt, när de inte följer instruktioner, ger meningslösa svar, inte kommer ihåg ord och begrepp, inte förstår vad de ska syssla med ... då ska läraren täppa till instruktionsgapet. Läraren ska inte skylla på offret, dvs. eleven.
- Ge elever multipla lösningar (strategier) för problem.
- Ställ frågan: fick någon ett annat svar? Varför?
- När en elev säger ett svar är det ofta andra som inte hänger med. Detta missas ofta. Andra elever kan även ha fått fel svar. Läraren måste fråga vem som fick ett annat svar, vad de gjorde annorlunda och förklara att det är bra att göra "fel".
- Glöm att elever som löser något en gång kan det. Repetera ofta.
- Att memorisera kunskaper kan aldrig fungera för alla.
- Om en kurs ges otillräckligt med tid och elever inte kan erbjudas vettiga förutsättningar för att lyckas ska man som lärare sätta ner foten och inte ställa upp på omständigheterna. Idag har vi less is more när det kommer till förutsättningar.
- Utan feedback är saker och ting meningslösa.
- Påverka lärare som jobbar med en skittråkig lärobok (han sa faktiskt skittråkig).
- Fråga: Hur vet du det? Hur gjorde du? Säg: övertyga mig! Förklara för mig!
- Filma för att förstå vad som fungerar och inte fungerar. Då ser man också om det saknas kommunikation i klassen.
- Se till att elever kommunicerar matematik med de som sitter bredvid.
- Använd matematiska begrepp och om och igen i olika sammanhang.
- Rita och visa många representationer.
- De enda skolor som lyckas är där lärare går in på varandras lektioner och samarbetar kring lektionsplaneringar.

En annan presentation som jag deltog vid höll **Komlan Mensah** i. Komlan är professor i matematik vid en privat skola i Gabon. Titeln var "*Mathematics in the Life and Culture of Gabon*".

Han berättade att man i Gabon läser fyra år på juniorskolan och tre år på seniorskolan. Därefter kommer universitetet. För att fördela platser till universitetet finns det matematiktävlingar. De allra duktigaste eleverna får studera utomlands.



Komlan Mensah från Gabon föredrar om "Mathematics in the Life and Culture of Gabon". Bilden är tagen av Linda Jarlskog.

I Gabon är det många som inte gillar matematik och kallar det för svarta hålet. Det finns ungefär femtio studenter i en klass och ungefär hälften lämnar lektionerna för att de inte gillar ämnet. För dem är matematik alltför abstrakt.

Komlan berättade för oss "västerlänningar" om för oss något udda användningsområden för matematik. Ett exempel var när ett hallucinogent rituellt preparat framställs. Preparatet heter Iboga och används varje dag av den etniska gruppen Bwiti.

Ett annat exempel var inom det andliga. Där behövs matematik när man ska kunna besvara frågor som: Vill du veta din chans att vinna? Vill du veta hur din framtid kommer att se ut? I Gabon kan man förutse sin framtid med hjälp av cowrie-snäckor. Även till detta behövs ett matematiskt kunnande.

Sist på den andra dagen var det dags för ALMs **årsmöte**. David Kaye valdes till ny ordförande. Vid årsmötet blev Linda Jarlskog och Charlotte Arkenback-Sundström Sveriges representanter för ALM.

Den tredje dagen inleddes med en storföreläsning av **Dr Padmanhabhan**, ordförande för "Center for Mathematics and Professional Outreach and Educational Technology" i Fairfax. Hans föreläsning handlade till stor del om hur man kan ha roligt och underhålla med matematik. Han visade bland annat ett filmklipp med en matematisk scen ur filmen "Ma Pa Kettle".

Dr Padmanhabhan talade också om öppna frågor som: "Hur många pianostämmare finns det i Chicago?" och "Hur många popcorn får plats i rummet?". Han pratade också om matematisk modellering. Han påminde oss om att alla modeller är fel, men att vissa är mer fel än andra.

Hans råd var: "Teach less – learn more" och "Test less – learn more".

Under den tredje dagen fanns det tre parallellsessioner med presentationer. Jag valde att lyssna på Trena L. Wilkerson, Darren Allen och Charlotte Arkenback-Sundström.

Trena L. Wilkerson pratade om problemlösning och modellering och att det för dessa krävs uthållighet och en hel del resonering.

Hon nämnde att många elever har en låg uthållighet och att vi lärare måste hjälpa dem med att bli mer uthålliga. Därefter citerade hon Polya.

Polya – från en av hans föreläsningar

"Mathematics is not a spectator sport. To understand mathematics means to be able to do mathematics. And what does it mean to be doing mathematics? In first place, it means to be able to solve mathematical problems".

Hon jämförde Polyas formulering med att spela fotboll. Man kan inte bli bra på att spela fotboll genom att endast titta. Trena visade oss en lista på vad elever gör när de lär sig matematik.

Elever lär sig matematik genom att:

- jobba med vettiga problem och framhärda i att lösa dem
- resonerar abstrakt och oavbrutet
- konstruera starka argument och kritisera andras resonering
- modellera
- använda lämpliga verktyg strategiskt
- vara noggranna
- se efter strukturer och vara strukturerade

Matematikundervisning ska erbjuda höga kognitiva utmaningar. Vid låga kognitiva utmaningar tillåts procedurer att ta över. Elever lär sig inte genom en undervisning som fokuserar på procedurer. Dessutom blandar de ihop dem.

Som lärare ska man bygga på vad elever kan samt värdera informella och alternativa strategier när elever löser problem.

Darren Allen började sitt föredrag med att fråga om matematik och vetenskap i USA är på nedgång. Detta visar nämligen internationella tester. Han ställde även frågan: Vilka elever är det som gör bra ifrån sig? Hans eget svar var att ”jämfört med G5-länderna leder de vita studenternas matematikkunskaper över alla andra länder förutom Japan”. (G5-länderna är Frankrike, Japan, Storbritannien, USA och Tyskland). Svarta och spansktalande gör däremot inte väl ifrån sig.

Han frågade därefter: Ska vi bli bekymrade? Är proven rättvisa? Vi fick veta att USA är världens femte största spanskspråkiga land. Bara i Arizona, där han kommer ifrån, fanns det år 2012 drygt 2 miljoner spansktalande och ungefär en halv miljon som inte var dokumenterade.

USA behöver en multikulturell utbildning då svårigheter i matematik beror på migrationen till USA. Matematik är inte fristående från kultur och språk och det måste lärare veta och hantera.

Hur man till exempel lär sig sin mentala tallinje beror på ens språk. Den mentala tallinjen går från vänster till höger för de språk där man skriver från vänster till höger och vice versa.

Vi memoriserar på det språk som vi lär oss på. Därför ska man lära sig på det språk som man ska använda. Om elever ska testas på engelska ska de undervisas i engelska.

Färdigheter i det kognitiva akademiska språket är svårt att tillgodogöra sig och det kan ta så lång tid som sju år innan man är där. Därför ska man introducera nya koncept på elevers förstaspråk.

Som lärare ska man vara uppmärksam på hur elever tillägnar sig koncept och sitt nya ordförråd. Man ska även vara uppmärksam på elevers meningsbyggnad. Den djupare förståelsen får man på sitt modersmål då det är enklare att associera på modersmålet. Elever behöver testas på ord så att man som lärare vet att de har förstått dem. Lärare måste också tänka på att en del problem är irrelevanta för elever från andra kulturer. Bilder ska användas för att förstärka språkutvecklingen.

Som lärare ska man även påminna sig om hur svårt det var att lära sig ett främmande språk. Man ska även vara medveten om att ett passivt språk är svårt för elever och att symboler kan ha olika innebörd i olika länder.

Dagens sista presentation stod **Charlotte Arkenback-Sundström** för. Den handlade om hennes aktionsforskning kring vuxna elever som studerar vid handelsprogrammet. Charlotte kommer att berätta mer om sin forskning i en egen artikel.